L.7/11 Sahline A.S :2007/2008

Devoir de synthèse N°3

Classes $3^{ème}sc_2$

Durée : 3.h

Exercice N°1 :(5 pts)

Soit U la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}U_n^2 + 4} \end{cases}$, $n \in \mathbb{N}$

1/a) Calculer U_1 et U_2

b) Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$, $0 \le U_n \le 2\sqrt{2}$.

2/ Soit V la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = U_n^2 - 8$

a) Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

3/ Soit $S_n = \sum_{k=1}^{n} U_k^2$. Calculer S_n en fonction de n

Exercice N°2 :(4 pts)

Une urne contient trois boules rouges et deux boules vertes

1/ On tire simultanément trois boules de l'urne

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A :« Obtenir une seule boule rouge »

B :« Obtenir trois boules de même couleur »

C :« Obtenir au moins une boule verte »

2/ Une épreuve consiste à faire des tirages successifs sans remise d'une boule. On s'arrête dès qu'on obtient une boule rouge

a) Soit D l'évènement : « L'épreuve s'arrête au deuxième tirage »

Montrer que la probabilité de l'évènement D est égale à $\frac{3}{10}$

b) Soit X la variable qui à chaque épreuve associe le rang de la première boule rouge tirée.

* Donner les valeurs k prise par X.

* Déterminer la probabilité de chacun des évènements $\{X = k\}$.

Exercice N°3 :(4 pts)

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On considère les points $A(6,0,0)$; $B(0,6,0)$; $C(0,0,6)$ et $D(-2,-2-2)$

1/a) Montrer que A , B et C déterminent un plan P

b) Vérifier qu'une équation cartésienne de P est : $x+y+z-6=0$

2/a) Vérifier que la droite (OD) est perpendiculaire au plan P

b) D onner un système d'équations paramétriques de la droite (OD).

3/a) Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonale du point O sur le plan P

b) Vérifier que H est équidistant de A , B et C

4/ Soit Q le plan médiateur du segment [CD].

a) Montrer q'une équation cartésienne de Q est : $x+y+4z-6=0$

b) Montrer que (OD) coupe Q en un point Ω dont on déterminera les coordonnées.

Exercice N°4 :(4 pts)

Le mur d'une habitation est constitué par une couche de béton et une couche de polystyrène d'épaisseur variable X (en cm). On a mesurer la résistance thermique R (en m^2 .°C/W) de ce mur pour divers valeurs de X et on a obtenu les résultats ci-dessous.

X	2	4	6	8	10	12	14	16	18
R	0.83	1.34	1.63	2.3	2.44	2.93	3.44	3.85	4.28

1/ Calculer : $\overline{X}$ et $\overline{R}$

2/a) Construire dans un repère orthogonal, le nuage de points représentant la série statistique double donnée. Vérifier q'un ajustement linéaire parait justifié.

b) Déterminer une équation cartésienne de D droite d'ajustement de R en X.

3/ Quelle résistance thermique peut-on espérer obtenir avec une épaisseur de polystyrène de 25 cm

Exercice N°5 :(3 pts)

A la cafétéria, dans la vitrine pâtisserie : * 60% des gâteaux sont à base de crème.

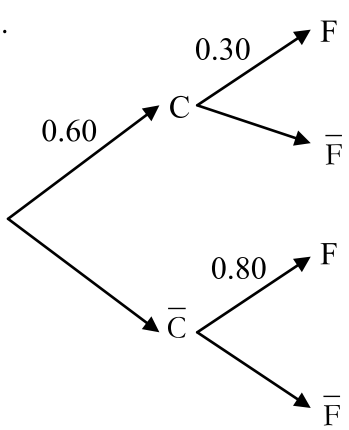
- Parmi ceux qui sont à base crème, 30% ont aussi des fruits.
- Parmi ceux qui ne sont pas à base de crème, 80% ont des fruits.

On considère les évènements :

C « avoir un gâteau à base de crème ».

F « avoir un gâteau avec des fruits ».

On modélise cette situation par l'arbre ci-contre.



1/ Reproduire et compléter l'arbre ci contre.

2/ On prend un gâteau au hasard.

Montrer que la probabilité de l'avoir avec des fruits est égale à 0.5